



Jacques Bernoulli  
(1654 - 1705)

---

## Définition à retenir !

Les polynômes de Bernoulli  $B_n$  sont définis par récurrence d'après :

$$\begin{cases} B_0 = 1 \\ \forall n \geq 1 \quad B_n' = nB_{n-1} \quad \text{et} \quad \int_0^1 B_n(t) dt = 0 \end{cases}$$

Les nombres ( $Ber_n$ ) sont alors définis par  $Ber_n = B_n(0)$

Autre définition équivalente :

Les nombres de Bernoulli  $Ber_k$  sont définis comme des coefficients dans la série entière

$$\frac{t}{e^t - 1} = \sum_{k=0}^{\infty} Ber_k \frac{t^k}{k!}$$

## Tranches de vie

Premier de la lignée des célèbres mathématiciens suisses du même nom, Jacques (Jakob) est originaire d'Anvers mais s'exile sous la dictature du duc d'Albe en Flandre. Abandonnant la théologie chère à son père, il se tourne vers les mathématiques et la physique. Il tirera de son intérêt pour l'astronomie sa devise "Invito patre sidera verso" (j'étudie les étoiles contre la volonté de mon père). Devenu professeur à l'université de Bâle, il s'intéresse au calcul infinitésimal qu'il met en rapport avec les courbes (Lemniscate...) et qui lui permet d'introduire les coordonnées polaires. Il étudie également les probabilités et les séries numériques, ce qui le pousse à définir les fameux nombres de Bernoulli décrits plus haut.

\* Photos de [Johann](#) (1667-1748) et [Daniel](#) (1700-1782) Bernoulli

## Autour de $\pi$

Plusieurs formules d'analyse font apparaître ces nombres de Bernoulli, notamment dans de nombreuses limites de séries comme l'a montré [Euler](#). Son apport à la recherche sur  $\pi$  est donc fondamental même s'il reste

indirect. On lui doit la démonstration de la convergence de  $\sum \frac{1}{n^2}$  dont la limite et celles des suites de ce type seront trouvées par [Euler](#).  
Les premiers nombres de Bernoulli sont :

$$B_0=1$$

$$B_1=-1/2$$

$$B_2=1/6$$

$$B_4=-1/30$$

$$B_6=1/42$$

$$B_8=-1/30$$

$$B_{10}=5/66$$

---

[Par Boris Gourévitch "L'univers de Pi"](#)  
<http://go.to/pi314>  
[sai1042@ensai.fr](mailto:sai1042@ensai.fr)